全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

必修第三册 RJB

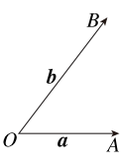
江西美术出版社
全国百佳图书出版单位

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　两个向量的夹角

1. 定义：给定两个_____向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$（如图所示），在平面内任选一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则称 $[0,\pi]$ 内的 $\angle AOB$ 为向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的_____，记作 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$.



2. 向量的夹角 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 的取值范围是_____. 当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时，夹角 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 为_____；当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时，夹角 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 为_____. 且 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\langle \boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\rangle$.

3. 当 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$_____时，称向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 垂直，记作_____.

【诊断分析】判断正误.（请在括号中打“√”或“×”）

(1)当两个非零向量共线时，两个向量的夹角为 0.（　）

◆ 知识点二　向量的数量积的定义

1. 定义：一般地，当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是非零向量时，称_____为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积（也称为内积），记作_____，即_____=_____. 特别地，零向量与任一向量的数量积为_____.

(1)当 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$_____0；

(2)当 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{2}$ 时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$_____0；

(3)当 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$_____0.

2. 两个向量的夹角公式：求两个向量的夹角时可以利用数量积的变形公式 $\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$_____.

【诊断分析】判断正误.（请在括号中打“√”或“×”）

(1)向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的数量积能表示为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 和 $\boldsymbol{ab}$，不能表示为 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$.（　）

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

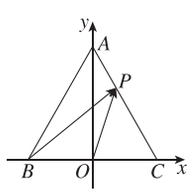
◆ 探究点二　向量数量积的坐标表示与夹角、模问题

例 2 (1)[2024·北京房山区高一期末] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,0)$，$\boldsymbol{b}=(m,1)$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，则 m 的值为（　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $-\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{3}$

(2)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$A(0,4\sqrt{3})$，$B(-4,0)$，$C(4,0)$，P 是线段 AC 上一点（不含端点），若 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{OP}=32$，则 $|\overrightarrow{OP}|=$（　）



A. $2\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{7}$　　C. 4　　D. $3\sqrt{3}$

变式 (1)[2025·广西南宁二中高一期中] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,0)$，$\boldsymbol{b}=\left(\lambda,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，若向量 $\boldsymbol{b}$ 在向量 $\boldsymbol{a}$ 上的投影 $\boldsymbol{c}=\left(\frac{1}{2},0\right)$，则 $|\boldsymbol{b}|=$（　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{7}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$　　D. 1

(2)(多选题)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(-2,m)$，$\boldsymbol{c}=(4,-2)$，则下列说法正确的是（　）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

B. $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{c}$ 上的投影为 $\frac{3}{10}\boldsymbol{c}$

C. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角，则 $m>-2$

D. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角，则 $m<-2$

[素养小结]

利用向量的数量积求两向量夹角或模的一般步骤

(1)利用向量的坐标求出这两个向量的数量积.

(2)利用 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$（$\boldsymbol{a}=(x,y)$）求出两向量的模.

(3)代入夹角公式求 $\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$，并根据 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 的范围确定夹角的大小.

◆ 探究点三　向量垂直的坐标形式的应用

例 3 (1)已知点 $A(0,2)$，$B(1,-1)$，$C(-3,1)$，若 $\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 垂直，则 $\lambda=$（　）

A. -1　　B. 1

C. -2　　D. 2

(2)在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=(2,3)$，$\overrightarrow{AC}=(1,k)$，若 $\triangle ABC$ 为直角三角形，则 k 的值为_____.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型二　三角函数的概念

[类型总述] (1)应用三角函数的概念求三角函数值;(2)利用各象限角的三角函数值的符号规律求角.

例 2 (1)[2025·江苏南通高一期末] 若角 θ 的终边经过点 $P(1,3)$,则 $\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=$ (　　)

A. $-\frac{6}{5}$　　B. $-\frac{2}{5}$

C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{6}{5}$

(2)(多选题)若 α 为第二象限角,则下列结论一定正确的是 (　　)

A. $\sin\alpha>\cos\alpha$　　B. $\sin\alpha>\tan\alpha$

C. $\sin\alpha+\cos\alpha>0$　　D. $\cos\alpha+\tan\alpha>0$

◆ 题型四　三角函数的性质与图象

[类型总述] (1)根据图象求函数解析式;(2)根据函数解析式求最值、单调区间、图象的对称轴和对称中心等.

例 5 (1)[2023·全国乙卷] 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增,直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 和 $x=\frac{2\pi}{3}$ 是函数 $y=f(x)$ 图象的两条对称轴,则 $f\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=$ (　　)

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

04 科学分层设置作业，注重难易比例分配，兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. [2024·浙江温州高一期末] "$\sin\alpha>0$"是"α 是第一象限角"的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

综合提升

***11.** [2024·河南洛阳高一期末] 已知集合 $M=\left\{y\left|y=\frac{1}{2}\left(\frac{|\sin\theta|}{\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{|\cos\theta|}\right)\right.\right\}$,$N=\{a,b,\lg a\}$,若 $M=N$,则 $ab=$ (　　)

A. -4　　B. -1

C. 1　　D. 4

思维探索

15. 一质点从点 $P\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 出发,沿着以原点为圆心,1 为半径的圆顺时针运动 $\frac{\pi}{2}$ 到达点 Q,则点 Q 的坐标为 (　　)

A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

16. (15 分)(1)已知 θ 是第二象限角,试判断 $\tan(\sin\theta)\cdot\tan(\cos\theta)$ 的符号.

(2)若 $\sin(\cos\theta)\cdot\cos(\sin\theta)<0$,则角 θ 的终边在哪些位置?

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

▶滚动习题(三)

范围 7.3

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 函数 $f(x)=3\cos 2x+4(x\in\mathbf{R})$ 是 (　　)

A. 最小正周期为 π 的偶函数

B. 最小正周期为 2π 的偶函数

C. 最小正周期为 π 的奇函数

D. 最小正周期为 2π 的奇函数

二、多项选择题:本题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 若 $0\leqslant x\leqslant\pi$,则下列集合中满足不等式 $\cos 2x>\sin 2x$ 的有 (　　)

A. $\left[0,\frac{\pi}{8}\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8}\right)$

C. $\left[\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{8}\right)$　　D. $\left(\frac{5\pi}{8},\pi\right]$

CONTENTS 目录

07 第七章　三角函数
PART SEVEN

7.1　任意角的概念与弧度制 …… 001

7.1.1　角的推广 …… 001

7.1.2　弧度制及其与角度制的换算 …… 003

7.2　任意角的三角函数 …… 005

7.2.1　三角函数的定义 …… 005

7.2.2　单位圆与三角函数线 …… 007

7.2.3　同角三角函数的基本关系式 …… 009

7.2.4　诱导公式 …… 011

第 1 课时　诱导公式（一） …… 011

第 2 课时　诱导公式（二） …… 013

滚动习题（一）［范围 7.1～7.2］ …… 015

7.3　三角函数的性质与图象 …… 017

7.3.1　正弦函数的性质与图象 …… 017

第 1 课时　正弦函数的性质 …… 017

第 2 课时　正弦函数的图象 …… 019

7.3.2　正弦型函数的性质与图象 …… 021

第 1 课时　正弦型函数的性质与图象（一） …… 021

第 2 课时　正弦型函数的性质与图象（二） …… 023

滚动习题（二）［范围 7.3.1～7.3.2］ …… 025

7.3.3　余弦函数的性质与图象 …… 027

7.3.4　正切函数的性质与图象 …… 029

7.3.5　已知三角函数值求角 …… 031

滚动习题（三）［范围 7.3］ …… 033

滚动习题（四）［范围 第七章］ …… 035

08 第八章　向量的数量积与三角恒等变换

PART EIGHT

8.1　向量的数量积 …… 037

8.1.1　向量数量积的概念 …… 037

8.1.2　向量数量积的运算律 …… 039

8.1.3　向量数量积的坐标运算 …… 041

滚动习题（五）［范围 8.1］…… 043

8.2　三角恒等变换 …… 045

8.2.1　两角和与差的余弦 …… 045

8.2.2　两角和与差的正弦、正切 …… 047

8.2.3　倍角公式 …… 049

8.2.4　三角恒等变换的应用 …… 051

第 1 课时　三角函数式的化简与求值 …… 051

第 2 课时　三角恒等变换公式的应用 …… 053

滚动习题（六）［范围 8.2］…… 055

滚动习题（七）［范围 第八章］…… 057

■ **参考答案**（练习册）［另附分册 P059～P106］　■ **导学案**［另附分册 P107～P224］

本书精选带★题目，助力学生规避易错、掌握方法、总结结论

>> 测　评　卷

单元素养测评卷（一）A［第七章］…… 卷 01

单元素养测评卷（一）B［第七章］…… 卷 03

单元素养测评卷（二）A［第八章］…… 卷 05

单元素养测评卷（二）B［第八章］…… 卷 07

模块素养测评卷（一）…… 卷 09

模块素养测评卷（二）…… 卷 11

参考答案 …… 卷 13

第七章　三角函数

7.1　任意角的概念与弧度制

7.1.1　角的推广

基础巩固

1. 集合 $A=\{\alpha\mid\alpha=-2024^\circ+k\cdot180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$ 中的最大负角为　　(　　)

A. -2024°　　B. -224°

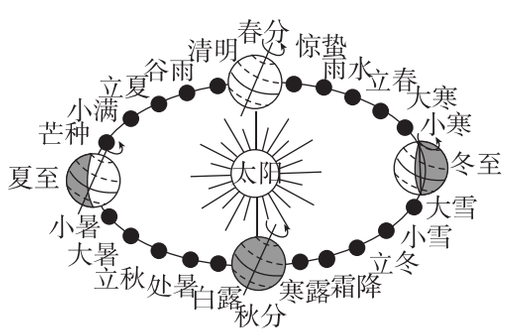
C. -44°　　D. -24°

2. [2025·湖南常德高一期中] 已知 $A=\{\alpha\mid\alpha$ 是第一象限角$\}$，$B=\{\alpha\mid\alpha$ 是锐角$\}$，$C=\{\alpha\mid\alpha$ 是小于 90° 的角$\}$，则 A，B，C 的关系是(　　)

A. $B=A\cap C$　　B. $B\cup C=C$

C. $A\subseteq B$　　D. $A=B=C$

3. 如图所示，地球绕太阳的轨道称为黄道，而二十四节气正是按照太阳在黄道上的位置来划分的. 当太阳垂直照射赤道时定为“黄经 0 度”，即春分点. 从这里出发，每前进 15 度就为一个节气，从春分往下依次顺延为清明、谷雨、立夏等. 待运行一周后就又回到春分点，此为一回归年，共 360 度，则芒种为黄经　　(　　)



A. 60 度　　B. 75 度

C. 270 度　　D. 285 度

★4. 给出下列命题：

①第一、二象限的角组成的集合为 $\{\alpha\mid k\cdot360^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$；

②第二象限角大于第一象限角；

③将表的分针拨快 10 分钟，则分针转过的角为 60°；

④若 α 是第二象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边在第一象限.

其中真命题的个数是　　(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

5. 下列说法正确的是　　(　　)

A. 第一象限角一定是锐角

B. 若 α 是钝角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角

C. 大于 90° 的角一定是钝角

D. 若 α 是锐角，则 2α 是第二象限角

6. 若角 $\alpha=m\cdot360^\circ+60^\circ,m\in\mathbf{Z}$，$\beta=k\cdot360^\circ+120^\circ,k\in\mathbf{Z}$，则角 α 与 β 的终边的位置关系是　　(　　)

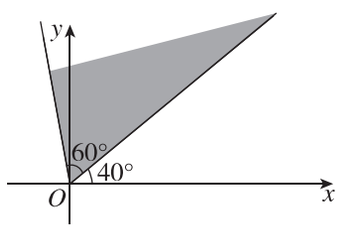
A. 重合

B. 关于原点对称

C. 关于 x 轴对称

D. 关于 y 轴对称

7. (多选题)[2024·江西九江高一期末] 如图，若角 α 的终边落在阴影部分(包括边界)，则角 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边可能在　　(　　)



A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

8. 30° 角的终边按逆时针方向旋转三周后得到的角为_____.

9. (13 分)在与 -2024° 角终边相同的角中,求满足下列条件的角.

(1)最小的正角;

(2)最大的负角;

(3)在 $[-720^\circ, 720^\circ)$ 内的角.

综合提升

10. [2024·武汉二中高一期末] 下列说法正确的是 (　　)

A. 小于 84° 的角是锐角

B. 24° 角与 2024° 角的终边相同

C. 将时钟拨快 30 分钟,则分针转过的角为 -180°

D. 若 α 是第一象限角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第二或第四象限角

11. 设集合 $S_1=\{\alpha\mid\alpha=180^\circ+k\cdot360^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$, $S_2=\{\alpha\mid\alpha=-90^\circ+k\cdot180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$, $S_3=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $S_1\subseteq S_3$　　B. $S_2\subseteq S_1$

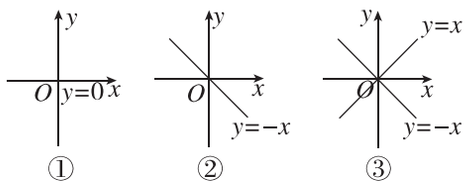
C. $S_1\cup S_2=S_3$　　D. $S_2\cap S_3=S_1$

12. 已知集合 $A=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot90^\circ-36^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{\beta\mid-180^\circ<\beta<180^\circ\}$,则 $A\cap B=$ _____.

13. 已知 $0^\circ<\beta<180^\circ$,若将角 β 的终边顺时针旋转 120° 所得的角的终边与角 5β 的终边重合,则 $\beta=$ _____.

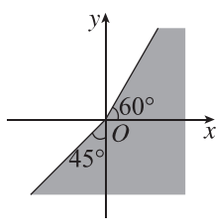
14. (13 分)(1)写出与 $\alpha=-1910^\circ$ 的终边相同的角 β 的集合,并把集合中满足不等式 $-720^\circ\leqslant\beta<360^\circ$ 的元素 β 写出来.

(2)分别写出终边在如图①②③所示的直线上的角的集合.



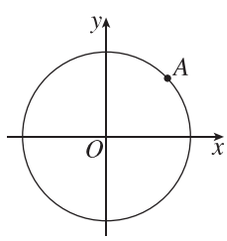
①　②　③

(3)如图,求终边落在阴影区域(包括边界)的角的集合.



思维探索

15. (15 分)如图,半径为 1 的圆的圆心位于坐标原点 O,点 P 从点 $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 出发,按逆时针方向匀速沿圆周运动.已知 P 在 1 秒内转过的角度为 $\theta(0^\circ<\theta<180^\circ)$,经过 2 秒到达第三象限,经过 14 秒后又恰好回到出发点 A,求 θ,并判断 θ 的终边所在的象限.



7.1.2 弧度制及其与角度制的换算

基础巩固

1. 若 $\alpha=-\frac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，则 α 的终边在（　　）

A. 第一象限　　B. 第一、三象限

C. 第二象限　　D. 第二、四象限

2. 下列表达式中与角 $\frac{9\pi}{4}$ 的终边相同的是（　　）

A. $\alpha=2k\pi+45°(k\in\mathbf{Z})$

B. $\alpha=k\cdot360°+\frac{9\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$

C. $\alpha=k\cdot360°-315°(k\in\mathbf{Z})$

D. $\alpha=k\pi+\frac{5\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$

3. 密位制是度量角的一种方法，把一周角等分为 6000 份，每一份叫作 1 密位的角. 以密位作为角的度量单位，这种度量角的单位制叫作角的密位制. 在角的密位制中，采用四个数码表示角的大小，单位名称密位二字可以省去不写. 密位的写法是在百位数与十位数之间画一条短线，如 7 密位写成“0-07”，478 密位写成“4-78”，1 周角等于 6000 密位，记作 1 周角＝60-00，1 直角＝15-00. 若一个半径为 3 的扇形的面积为 $\frac{3\pi}{10}$，则其圆心角的密位制表示为（　　）

A. 14-40　B. 12-50　C. 4-00　D. 2-00

4. 从一个圆面中剪下一个扇形，设扇形的面积为 S_1，圆面中剩下部分的面积为 S_2，当 S_1 与 S_2 的比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 时，扇形看上去较为美观，此时扇形的圆心角为（　　）

A. $(3-\sqrt{5})\pi$　　B. $(\sqrt{5}-1)\pi$

C. $(\sqrt{5}+1)\pi$　　D. $(\sqrt{5}-2)\pi$

5. [2025·河南驻马店高一期中] 已知某扇形的面积和周长分别为 6，10，则该扇形的圆心角为（　　）

A. 第一象限角或第三象限角

B. 第二象限角或第三象限角

C. 第一象限角或第二象限角

D. 第三象限角或第四象限角

★6. 已知某扇形的周长为 100 cm，则该扇形的面积 S 的最大值为（　　）

A. 100 cm^2　　B. 625 cm^2

C. 1250 cm^2　　D. 2500 cm^2

7. [2024·江西新余高一期末] 已知集合 $A=\left\{x\left|2k\pi+\frac{\pi}{6}<x<2k\pi+\frac{2\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，集合 $B=\left\{x\left|k\pi+\frac{\pi}{4}<x<k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\left(2k\pi+\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right),k\in\mathbf{Z}$

B. $\left(k\pi+\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{3}\right),k\in\mathbf{Z}$

C. $\left(2k\pi+\frac{\pi}{6},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right),k\in\mathbf{Z}$

D. $\left(k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}\right),k\in\mathbf{Z}$

8. （多选题）[2024·重庆育才中学高一月考] 下列说法正确的是（　　）

A. 1 弧度的角与 1°的角一样大

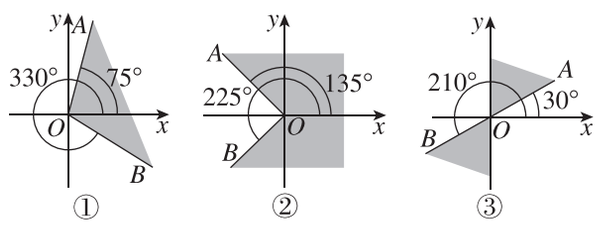
B. 三角形的内角必是第一或第二象限角

C. 若 α 是第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第二或第四象限角

D. 终边在 y 轴正半轴上的角的集合为 $\left\{\theta\left|\theta=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

9. 走时精确的钟表在中午 12 时分针与时针重合于表面上 12 的位置，则当下一次分针与时针重合时，时针转过的弧度数的绝对值为_____.

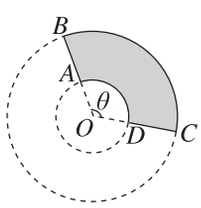
10. (13 分)(1)用弧度制分别表示每个图中顶点在原点、始边落在 x 轴的正半轴上、终边落在阴影部分内(包括边界)的角的集合.



(2)已知集合 $A=\left\{x\left|2k\pi-\frac{\pi}{3}<x<2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|2k\pi<x<2k\pi+\frac{2\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$C=\left\{x\left|k\pi+\frac{\pi}{6}<x<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$D=[-10,10]$，分别求 $A\cap B$，$A\cap C$，$A\cap D$.

综合提升

11. [2025·江西景德镇高一期中] 如图所示，有一圆形图案，现准备在扇形环面区域(由扇形 OBC 去掉扇形 OAD 构成)涂上颜色，已知 $OB=20$ 厘米，$OA=x$ 厘米，扇形环面区域面积为 100 平方厘米，圆心角为 θ. 记扇环 $ABCD$ 的周长为 y 厘米，则 y 的最小值为 (　　)



A. 20　　B. 40　　C. 60　　D. 80

12. (多选题)以下四个说法中正确的是 (　　)

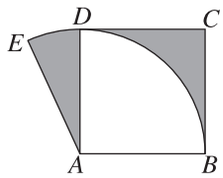
A. 终边经过点 $(m,m)(m\neq0)$ 的角的集合是 $\left\{\alpha\left|\alpha=\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

B. $\left\{\alpha\left|\alpha=k_1\pi+\frac{\pi}{3},k_1\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\left\{\beta\left|\beta=k_2\pi-\frac{2\pi}{3},k_2\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

C. 若 α 与 β 的始边与 x 轴的正半轴重合，终边互相垂直，则 $\alpha=\beta\pm\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$

D. 第四象限角的集合为 $\left\{\alpha\left|2k\pi+\frac{3\pi}{2}<\alpha<2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

13. 如图所示，以正方形 $ABCD$ 中的点 A 为圆心，AB 为半径作扇形 AEB，若图中两块阴影部分的面积相等，则 $\angle EAD$ 的弧度数为_____.

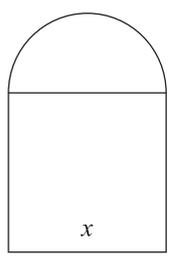


14. (13 分)小明准备用铝合金材料制成如图所示的窗架，窗架的下部是矩形，上部是半圆形，要求窗架围成的总面积为 3 平方米. 设窗架的周长为 L 米，矩形下缘为 x 米.

(1)建立 L 关于 x 的函数表达式；

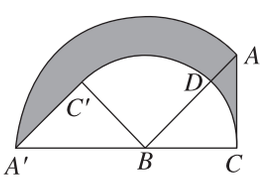
(2)要制成上述窗架，10 米的铝合金材料是否够用？(不计算损耗)

参考数据：$\pi\approx3$，$\sqrt{6}\approx2.45$，$\sqrt{11}\approx3.32$，精确到 0.1.



思维探索

15. [2024·山东青岛高一期末] 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle C=\frac{\pi}{2}$，$AC=1$，在平面内 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置，使 C，B，A' 在同一条直线上，其中弧 AA'，弧 CC' 分别为 A，C 的旋转轨迹，AB 与弧 CC' 交于点 D，则图中阴影部分的面积为_____.



7.2 任意角的三角函数

7.2.1 三角函数的定义

基础巩固

1. [2024·浙江温州高一期末]“$\sin\alpha>0$”是“α是第一象限角”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. 在平面直角坐标系中,角α的顶点与坐标原点重合,始边落在x轴的正半轴上,终边经过点$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,则$\sin\alpha\cos\alpha=$ (　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. [2024·南京高一期末] 已知角θ的终边经过点$P(x,-5)$,且$\tan\theta=\frac{5}{12}$,则x的值是 (　　)

A. -13　　B. -12

C. 12　　D. 13

4. 已知α为钝角,β为锐角,则点$P(\cos\alpha,\tan\beta)$位于 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

★5. 已知α是第二象限角,则点$P\left(\tan\frac{\alpha}{2},\sin 2\alpha\right)$位于 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

6. [2024·南昌高一期中] 已知角θ的终边经过点$P(3^a-9,\log_2 a-2)$,若$\cos\theta>0$,且$\sin\theta<0$,则实数a的取值范围是 (　　)

A. $(1,3)$　　B. $(2,4)$

C. $(3,4)$　　D. $(4,6)$

7. (多选题)已知点$P(x,1)$在角α的终边上,且$\cos\alpha=\frac{x}{2}$,则x的值可以是 (　　)

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. ±1

C. $\pm\sqrt{3}$　　D. 0

8. 已知点$P(3,y_0)(y_0<0)$是角α终边上的一点,若$\cos\alpha=\frac{3}{5}$,则$\tan\alpha=$_____.

9. 函数$y=\sqrt{\cos x\cdot\tan x}$的定义域为_____.

10. (13分)确定下列式子的符号.

(1)$\tan 125^\circ\sin(-273^\circ)$;

(2)$\frac{\tan 108^\circ}{\cos 305^\circ}$;

(3)$\sin\frac{5\pi}{4}\cos\frac{4\pi}{5}\tan\frac{11\pi}{6}$;

(4)$\frac{\cos\frac{5\pi}{6}\tan\frac{11\pi}{6}}{\sin\frac{2\pi}{3}}$.

综合提升

★**11.** [2024·河南洛阳高一期末] 已知集合 $M=\left\{y\middle|y=\frac{1}{2}\left(\frac{|\sin\theta|}{\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{|\cos\theta|}\right)\right\}$，$N=\{a,b,\lg a\}$，若 $M=N$，则 $ab=$ （　）

A. -4　　B. -1

C. 1　　D. 4

12. （多选题）已知函数 $f(x)=\log_a|x-2|+2$（$a>0$ 且 $a\neq1$）的图象经过定点 A，且点 A 在角 θ 的终边上，则 $\sin\theta$ 的值可能是 （　）

A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

13. 若角 α 的终边经过点 $(3a-9,a+2)$，且 $\cos\alpha\leqslant0$，$\sin\alpha>0$，则 a 的取值范围是_____.

14. （13分）[2024·江苏苏州高一期末] 在平面直角坐标系 xOy 中，已知角 θ 的终边经过点 $P(3a,-4a)$，其中 $a\neq0$.

(1)求 $\cos\theta$ 的值；

(2)若 θ 为第二象限角，求 $\cos\theta\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}+\tan\theta\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$ 的值.

思维探索

15. 一质点从点 $P\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 出发，沿着以原点为圆心，1为半径的圆顺时针运动 $\frac{\pi}{2}$ 到达点 Q，则点 Q 的坐标为 （　）

A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

16. （15分）(1)已知 θ 是第二象限角，试判断 $\tan(\sin\theta)\cdot\tan(\cos\theta)$ 的符号.

(2)若 $\sin(\cos\theta)\cdot\cos(\sin\theta)<0$，则角 θ 的终边在哪些位置？

基础教育行业专研品牌 全品 30+年创始人专注教育行业

7.2.2 单位圆与三角函数线

基础巩固

1. 若 $\cos\alpha=\cos\beta$，则角 α 与 β 的终边除了可能重合外，还有可能 （　）

A. 关于 x 轴对称

B. 关于 y 轴对称

C. 关于直线 $y=x$ 对称

D. 关于原点对称

2. 若 $f(x)=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，则 $f(0)$，$f(1)$，$f(-1)$的大小关系为 （　）

A. $f(0)>f(-1)>f(1)$

B. $f(1)>f(0)>f(-1)$

C. $f(-1)>f(0)>f(1)$

D. $f(0)>f(1)>f(-1)$

3. 利用正弦线比较 $\sin 1$，$\sin 1.2$，$\sin 1.5$ 的大小关系是 （　）

A. $\sin 1>\sin 1.2>\sin 1.5$

B. $\sin 1>\sin 1.5>\sin 1.2$

C. $\sin 1.2>\sin 1.5>\sin 1$

D. $\sin 1.5>\sin 1.2>\sin 1$

4. 下列区间中，使 $\sin x\leqslant\cos x$ 恒成立的是 （　）

A. $\left[-\frac{3\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$　　B. $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

C. $\left[-\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$　　D. $[0,\pi]$

5. 已知 α 是 $\triangle ABC$ 的一个内角，且 $\tan\alpha-\sqrt{3}\geqslant 0$，则 $\sin\alpha$ 的取值范围是 （　）

A. $\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$　　B. $\left[\frac{1}{2},1\right)$

C. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$　　D. $\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

6. 已知 $0\leqslant x<2\pi$，则使 $\sin x\geqslant\frac{1}{2}$ 且 $\cos x<\frac{\sqrt{2}}{2}$ 同时成立的 x 的取值范围是 （　）

A. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{4}\right]$

C. $\left[\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{4}\right]$　　D. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{6}\right]$

7. （多选题）下列说法正确的是 （　）

A. α 一定时，单位圆中的正弦线也一定

B. 在单位圆中，有相同正弦线的角相等

C. α 和 $\alpha+\pi$ 有相同的余弦线

D. 有相同正切线的两角的终边在同一条直线上

8. $\sin\frac{2\pi}{5}$，$\cos\frac{6\pi}{5}$，$\tan\frac{2\pi}{5}$ 的大小关系是_____.

9. 若 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$，在单位圆中，角 α 的正弦线、余弦线、正切线分别是 $\overrightarrow{MP}$，$\overrightarrow{OM}$，$\overrightarrow{AT}$，则 $|\overrightarrow{MP}|$，$|\overrightarrow{OM}|$，$|\overrightarrow{AT}|$ 的大小关系为_____.

10. （13 分）在单位圆中作出满足 $\cos\alpha=\frac{1}{2}$ 的角 α 的终边，并作出其正弦线、余弦线和正切线.

综合提升

11. 若 $\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，则下列各式中正确的个数是 （　）

①$\sin\theta+\cos\theta<0$；

②$\sin\theta-\cos\theta>0$；

③$|\sin\theta|<|\cos\theta|$；

④$\sin\theta+\cos\theta>0$.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 15

12. （多选题）已知 $\sin\alpha>\sin\beta$，那么下列说法正确的是（　　）

A. 若 α,β 是第一象限角，则 $\cos\alpha>\cos\beta$

B. 若 α,β 是第二象限角，则 $\tan\alpha<\tan\beta$

C. 若 α,β 是第三象限角，则 $\cos\alpha>\cos\beta$

D. 若 α,β 是第四象限角，则 $\tan\alpha>\tan\beta$

13. 函数 $y=\lg(2\sin x-1)+\sqrt{1-2\cos x}$ 的定义域为_____.

14. （13 分）利用单位圆和三角函数线解不等式组 $\begin{cases}\sin x>\cos x,\\ \sin x>\tan x\end{cases}(0\leqslant x<2\pi)$.

思维探索

***15.** 方程 $\sin x=x$ 的实数解的个数为（　　）

A. 1　　B. 3

C. 5　　D. 7

16. （15 分）证明：$\sin\frac{1}{2}\cdot\sin\frac{2}{3}\cdot\sin\frac{3}{4}\cdot\cdots\cdot\sin\frac{2023}{2024}<\frac{1}{2024}$.

7.2.3 同角三角函数的基本关系式

基础巩固

1. [2024·河南南阳高一期中] 已知 α 为第二象限角，则 $x=\dfrac{\sin\alpha}{|\sin\alpha|}+\dfrac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\cos\alpha}$ 的值是 (　　)

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

2. [2024·河北邯郸高一期末] 若角 α 为第二象限角，$\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，则 $\cos\alpha=$ (　　)

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $-\dfrac{1}{3}$

3. 已知角 $-\dfrac{\pi}{3}$ 的终边与单位圆交于点 $P(\sin\theta,\cos\theta)$，则 $\tan\theta=$ (　　)

A. $-\sqrt{3}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

4. 若 $5\sin\alpha+2\cos\alpha=0$，则 $\sqrt{(1-\sin^2\alpha)(1-\cos^2\alpha)}$ 的值为 (　　)

A. $\dfrac{10}{29}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{29}$

C. $\dfrac{20}{29}$　　D. $\pm\dfrac{10}{29}$

★5. [2024·成都高一期末] 若 $0<\alpha<\pi$，且 $\sin\alpha,\cos\alpha$ 是关于 x 的方程 $x^2-\dfrac{1}{5}x+m=0$ 的两个实根，则 $\sin\alpha-\cos\alpha$ 的值是 (　　)

A. $\dfrac{12}{25}$　　B. $-\dfrac{12}{25}$

C. $\pm\dfrac{7}{5}$　　D. $\dfrac{7}{5}$

6. 已知 $\dfrac{1+\sin x}{\cos x}=\dfrac{22}{7}$，则 $\dfrac{1+\cos x}{\sin x}=$ (　　)

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

C. $\dfrac{29}{15}$　　D. $\dfrac{31\sqrt{3}}{17}$

7. (多选题)[2024·郑州宇华实验学校高一月考] 已知关于 x 的方程 $x^2+m=0$ 有两个不相等的实数根 $\sin\theta,\cos\theta$，其中 $0\leqslant\theta<2\pi$，则下列选项正确的是 (　　)

A. $\tan\theta=1$　　B. $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

C. $\sin\theta+\cos\theta=0$　　D. $m=-\dfrac{1}{2}$

★8. [2024·山东济宁嘉祥一中高一月考] 若 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，且 $\tan\alpha<0$，则 $\cos\alpha=$_____.

9. [2024·福建厦门二中高一月考] 若 $\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}$，则 $\tan\theta-\dfrac{1}{\tan\theta}=$_____.

10. (13分)(1)化简：$\dfrac{\sqrt{1-2\sin 40^\circ\cos 40^\circ}}{\cos 40^\circ-\sqrt{1-\cos^2 40^\circ}}$；

(2)已知 $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{8}$，且 α 是第三象限角，求 $\dfrac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}-\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\tan^2\alpha-1}$ 的值.

综合提升

11. 定义运算：$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix}=a_1a_4-a_2a_3$. 若 $\begin{vmatrix} 2 & -2\cos\alpha \\ 1 & \sin\alpha \end{vmatrix}=\dfrac{2}{5}$，$\alpha\in(0,\pi)$，则 $\tan\alpha=$ (　　)

A. $-\dfrac{4}{3}$　　B. $\dfrac{4}{3}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $-\dfrac{3}{4}$

12. 设 θ 为第二象限角，且 $\sin\theta=\dfrac{m-3}{m+5}$，$\cos\theta=\dfrac{4-2m}{m+5}$，则 $\tan\theta=$_____.

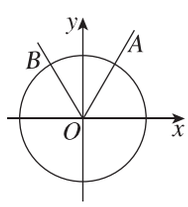
★13. [2025·辽宁沈阳高一期中] 已知 $\forall\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），$\lambda\sin^2\alpha+\tan^2\alpha=\mu\sin^2\alpha\tan^2\alpha$，则 $\lambda-2\mu=$_____.

14. (13分)[2025·辽宁大连高一期中] 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，锐角 α 的始边与 x 轴的正半轴重合，终边与单位圆交于点 $A\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，射线 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 θ 后交单位圆于点 B，设点 B 的横坐标为 $f(\theta)$.

(1)求 $\tan\alpha$ 的值；

(2)求 $f(\theta)$的表达式，并求 $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$的值；

(3)若 $f\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{3}$，$\theta\in\left(-\pi,0\right)$，求 $\tan\theta$ 的值.



思维探索

15. (多选题)已知 α，β 是第一象限角，且 $\sin\alpha>\sin\beta$，则下列关系正确的是 (　　)

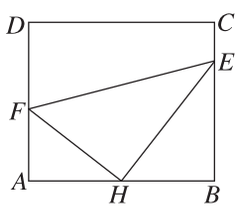
A. $\alpha>\beta$　　B. $\tan^2\alpha>\tan^2\beta$

C. $\cos^2\alpha<\cos^2\beta$　　D. $\sin^2\alpha+\sin^2\beta>1$

16. (15分)如图，某污水处理厂要在一个矩形污水处理池 $ABCD$ 的池底水平铺设污水净化管道来处理污水，设计要求管道的接口 H 是 AB 的中点，接口 E，F 分别落在 BC，AD 上. 已知 $AB=20$ m，$AD=10\sqrt{3}$ m，$\triangle FHE$ 是直角三角形且 H 是直角顶点，记 $\angle BHE=\theta$.

(1)试将污水净化管道的长度 L(单位：m)表示为 θ 的函数，并写出定义域；

(2)若 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$，求此时管道的长度.



7.2.4 诱导公式

第1课时 诱导公式(一)

基础巩固

1. [2024·石家庄外国语学校高一期末] $\cos\left(-\frac{16\pi}{3}\right)=$ ( )

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. [2024·浙江嘉兴高一期末] 已知 $\sin(\pi+\alpha)=\frac{3}{5}$,则 $\sin\alpha=$ ( )

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$　　D. $-\frac{3}{5}$

3. $\sin 990^\circ\cos 660^\circ\tan 330^\circ=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

4. "$\sin^2\alpha+\cos^2\beta=1$"是"$\alpha=\beta+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 已知点 $A(\cos 23^\circ,\sin 157^\circ)$是角 α 终边上的一点,若 $0^\circ<\alpha<360^\circ$,则 $\alpha=$ ( )

A. 23°　　B. 157°

C. 293°　　D. 337°

6. 下列说法中正确的是 ( )

A. 若 $\sin(\pi-\alpha)=\frac{1}{2}$,则 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$

B. 若 $\cos(\pi+\alpha)=\frac{1}{3}$,则 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$

C. 若 $\tan(\pi+\alpha)=-2$,则 $\tan\alpha=2$

D. 若 $\cos(\pi-\alpha)=\frac{1}{4}$,则 $\cos\alpha=\frac{1}{4}$

7. (多选题)在平面直角坐标系中,若角 α 与角 β 的终边关于 y 轴对称,则下列等式恒成立的是 ( )

A. $\sin(\alpha+\pi)=\sin\beta$

B. $\sin(\alpha-\pi)=\sin\beta$

C. $\sin(2\pi-\alpha)=-\sin\beta$

D. $\sin(2\pi+\alpha)=\sin\beta$

8. 若 $\alpha\in(0,\pi)$,$\cos(\pi-\alpha)=\frac{3}{5}$,则 $\tan\alpha=$ _____.

9. 已知角 β 的终边上有一点 $P(-3,4)$,且 $\alpha+\beta=\pi$,则 $\sin\alpha=$ _____.

10. (13分)[2025·河南周口高一期中] 已知 $f(\alpha)=\frac{\sin(\pi+\alpha)\cos(2\pi-\alpha)\cos(-\alpha)}{\cos(-\pi-\alpha)\sin(-\pi-\alpha)}$.

(1)化简 $f(\alpha)$;

(2)求 $f\left(-\frac{31\pi}{3}\right)$的值.

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 15

综合提升

★**11.** 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{7}-x\right)=-\frac{2}{3}$，则 $\cos\left(\frac{6\pi}{7}+x\right)=$（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $-\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

12. （多选题）[2024·安徽宣城高一期末] 若 $n\in\mathbf{Z}$，则 $\sin n\pi+\cos(n+1)\pi$ 的可能取值是（　　）

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

13. 若函数 $f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)$，其中 a,b,α,β 都是非零实数，且满足 $f(2023)=-1$，则 $f(2024)$ 的值为_____.

14. （13 分）已知 $\sin(\alpha+\beta)=1$，求证：$\tan(2\alpha+\beta)+\tan\beta=0$.

思维探索

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 的顶点均与坐标原点重合，始边均落在 x 轴的正半轴上，它们的终边关于 y 轴对称. 若 $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则 $\cos\beta=$（　　）

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

16. （15 分）已知 $\sin(3\pi-\alpha)=\sqrt{2}\sin(\pi-\beta)$，$\sqrt{3}\cos(-\alpha)=-\sqrt{2}\cos(\pi+\beta)$，且 $\alpha,\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求 α,β.

第 2 课时　诱导公式（二）

基础巩固

1. 已知 $\cos\left(\frac{2025\pi}{2}+\alpha\right)=-\frac{1}{4}$，则 $\sin\alpha=$（　　）

A. $-\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{4}$

2. 与 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$ 一定相等的是（　　）

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$　　B. $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)$

C. $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $\cos(\pi-\theta)$

3. ［2024 · 河南驻马店高一期末］已知 $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{5}$，则 $\cos\left(x-\frac{7\pi}{6}\right)=$（　　）

A. $-\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

4. 在平面直角坐标系中，若角 α 的终边经过点 $P\left(\sin\frac{\pi}{6},-\cos\frac{\pi}{6}\right)$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=$（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 在平面直角坐标系中，角 α 的顶点与原点重合，始边落在 x 轴的正半轴上，将角 α 的终边逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 得到角 β，若 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=\frac{1}{3}$，则 $\cos\beta=$（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$

C. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6. “$\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$”是“$\cos\alpha+\sin\beta=0$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. （多选题）已知 $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)\cdot\cos\beta>0$，则角 β 的终边可能在（　　）

A. 第四象限　　B. 第三象限

C. 第二象限　　D. 第一象限

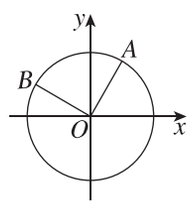
8. 若 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$，则 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=$ _____.

9. 已知 θ 是第四象限角，$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\sin\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)=$ _____，$\tan\left(\theta-\frac{7\pi}{6}\right)=$ _____.

10. （13 分）［2025 · 河南南阳高一期中］如图，在平面直角坐标系中，锐角 α 和钝角 β 的顶点与坐标原点 O 重合，始边与 x 轴的正半轴重合，终边分别与单位圆交于 A,B 两点，且 $OA\perp OB$.

（1）求 $\sin\alpha+\cos\beta$ 的值；

（2）求 $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{\cos(\pi-\beta)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$ 的值.



综合提升

11. 当 θ 为第二象限角，且 $\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{3}$ 时，$\frac{\sqrt{1-2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}}{\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}}$ 的值是 （ ）

A. 1　　B. -1

C. ±1　　D. 0

12. （多选题）[2025·内蒙古呼和浩特高一期中] 已知 A,B,C 是 $\triangle ABC$ 的内角，则下列结论正确的是 （ ）

A. $\sin(A+B)=-\sin C$

B. $\sin\frac{B+C}{2}=\cos\frac{A}{2}$

C. $\tan(A+B)=-\tan C$

D. $\cos(A+B)=\cos C$

13. [2025·陕西渭南高一期中] 已知 $f(\sin x)=\sin 3x\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$，则 $f\left(\cos\frac{\pi}{18}\right)=$_____.

14. (13分)[2025·江苏苏州高一期末] 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角分别是 A,B,C.

(1)求证：$\cos\frac{A+B}{2}+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{C}{2}\right)=0$.

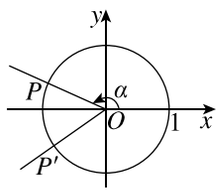
(2)若 $\sin A+\cos A=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

①求 $\frac{1}{\tan A}-\tan(\pi-A)$ 的值；

②求 $\sin A-\cos A$ 的值.

思维探索

15. 如图所示，角 α 的终边 OP 与单位圆交于点 P，将角 α 的终边 OP 逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 至 OP' 的位置，若 $P'\left(\frac{-2\sqrt{15}+\sqrt{5}}{10},-\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{15}}{10}\right)$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=$_____，$\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)=$_____.



16. (15分) 化简：$\sin\left(\frac{4k-1}{4}\pi-\alpha\right)+\cos\left(\frac{4k+1}{4}\pi-\alpha\right)(k\in\mathbf{Z})$.

▶滚动习题（一）

范围 7.1～7.2

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题：本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

1. 下列角的终边落在射线 $y=x(x\geqslant 0)$ 上的是（　）

A. $-\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{3\pi}{4}$　　D. $\frac{5\pi}{4}$

2. [2024·北京延庆区高一期中]“$\sin 2\theta>0$”是“θ 为第一或第三象限角”的（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. [2025·江西南昌高一期中] 已知角 $\beta=-15°$，角 α 的终边与角 β 的终边关于 x 轴对称，则 α 可能为（　）

A. $25°$　　B. $195°$

C. $345°$　　D. $-345°$

4. 已知 $\sin\theta+\sin^2\theta=1$，则 $\cos^2\theta+\cos^4\theta=$（　）

A. 1　　B. 2

C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

5. 已知角 θ 的终边经过点 $P(4a,-3a)(a\neq 0)$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+\sin(3\pi+\theta)=$（　）

A. $\pm\frac{7}{5}$　　B. $\pm\frac{1}{5}$　　C. $\frac{7}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

6. [2025·江苏扬州高一期末] 在平面直角坐标系 xOy 中，单位圆上的动点 P,Q 同时从点 $A(1,0)$ 出发，点 P 按逆时针方向每秒钟转 $\frac{\pi}{8}$ 弧度，点 Q 按顺时针方向每秒钟转 $\frac{7\pi}{8}$ 弧度. 若两点相遇时的坐标是 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，则此时它们相遇的次数为（　）

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分.

7. 已知角 α 的终边绕原点 O 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 后与角 β 的终边重合，且 $\cos(\alpha+\beta)=1$，则 α 的可能取值为（　）

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $-\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $-\frac{2\pi}{3}$

8. [2025·湖北十堰高一期中] 下列说法正确的有（　）

A. $\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\sin x<x$

B. $\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),x<\tan x$

C. $\exists x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),x+\cos x>\frac{\pi}{2}$

D. $\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),x+\frac{1}{\tan x}>\frac{\pi}{2}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

9. 已知角 α 满足 $\sin(\alpha-10°)=\frac{1}{5}$，则 $\cos(\alpha+260°)=$_____.

10. [2025·福建三明高一期末] 中国折扇有着深厚的文化底蕴. 某折扇的扇环如图所示，其中外弧线的长为 50 cm，内弧线的长为 15 cm，连接外弧与内弧的两端的线段长均为 14 cm，则该扇环的面积为_____cm^2.



11. 若 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，记 $P=\cos^2\theta-\sin^2\theta$，$Q=\cos^3\theta-\sin^3\theta$，$R=\cos^4\theta-\sin^4\theta$，则 P,Q,R 的大小关系为_____.

班级

姓名

答题区 题号

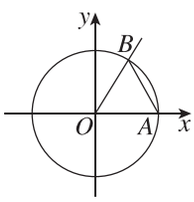
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

四、解答题：本题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的始边与 x 轴的非负半轴重合，且与单位圆相交于点 A，它的终边与单位圆相交于 x 轴上方一点 B，始边不动，终边在运动.

(1)若点 B 的横坐标为 $-\frac{4}{5}$，求 $\tan\alpha$ 的值；

(2)若 $\triangle AOB$ 为等边三角形，写出与角 α 终边相同的角 β 的集合.



13. (15 分)(1)若 $\sin(\alpha+\pi)=\frac{1}{4}$，求 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)+\sin(\alpha-3\pi)$ 的值.

(2)若 $\sin\left(\theta+\frac{3\pi}{2}\right)=\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$，求 $\dfrac{2\sin(\theta-2\pi)+\cos(\pi-\theta)}{\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}$ 的值.

14. (15 分)[2025·山东日照高一期中](1)若 θ 为 $\triangle ABC$ 的一个内角，且关于 x 的方程 $5x^2+x+m=0$ 的两根为 $\sin\theta$，$\cos\theta$，求 $\tan\theta$ 的值，并判断 $\triangle ABC$ 的形状.

(2)是否存在角 α 和 β，当 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，$\beta\in(0,\pi)$ 时，方程组 $\begin{cases}\sin(2025\pi-\alpha)=\sqrt{2}\cos\left(\frac{2025\pi}{2}-\beta\right),\\ \sqrt{3}\cos(2026\pi-\alpha)=-\sqrt{2}\cos(10\,001\pi+\beta)\end{cases}$ 有解？若有解，求出 α 和 β 的值；若无解，请说明理由.

基础教育行业专研品牌 全品 30+年创始人专注教育行业